



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA  
GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO

# Affrontare i problemi di matematica con un approccio metodologico per docenti e per studenti

## ORNELLA ROBUTTI

Dipartimento di Matematica, Università di Torino,  
CIIM, GeoGebra Institute di Torino

# STRUTTURA DELL'INCONTRO

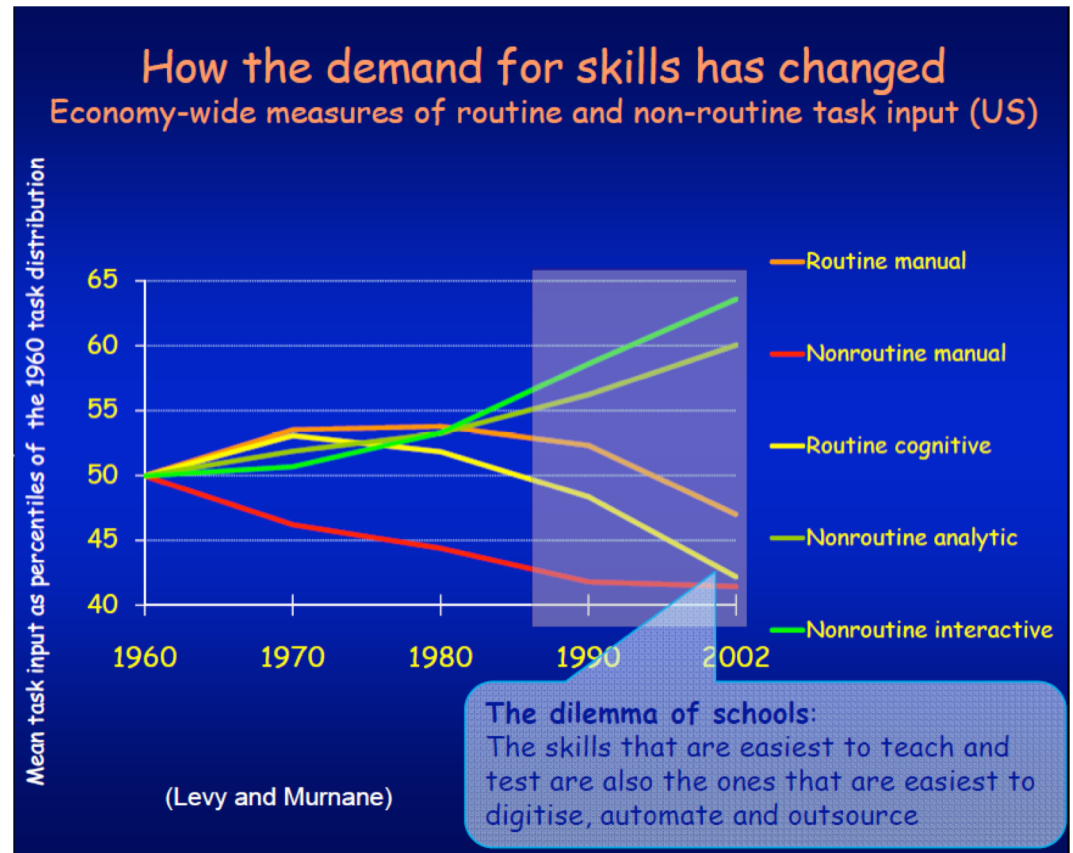
1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI
2. RIFERIMENTI TEORICI
3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI

ANDREAS SCHLEICHER

Le capacità richieste dal mondo del lavoro:

1. routinarie-manuali
2. non routinarie-manuali
3. routinarie-cognitive
4. non routinarie-analitiche
5. non routinarie-interattive



# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI

**ANDREAS SCHLEICHER**

**CAMBIAMENTO**

I sistemi di istruzione di successo sono quelli che promuovono la leadership a tutti i livelli, incoraggiando così insegnanti e presidi, indipendentemente dalle posizioni formali che occupano, a guidare l'innovazione in classe, nella scuola e nel sistema nel suo complesso.



# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI

## **AREA LOGICO-ARGOMENTATIVA DEL PROFILO LICEALE (INDICAZIONI NAZIONALI 2010)**

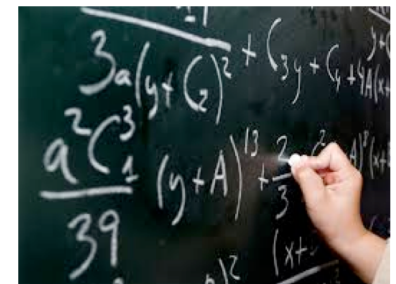
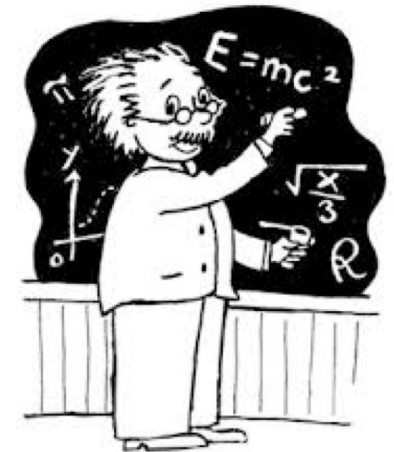
- Saper sostenere una propria tesi e saper ascoltare e valutare criticamente le argomentazioni altrui.
- Acquisire l'abitudine a ragionare con rigore logico, ad identificare i problemi e a individuare possibili soluzioni.
- Essere in grado di leggere e interpretare criticamente i contenuti delle diverse forme di comunicazione.

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI

## DAL QUADRO DI RIFERIMENTO INVALSI

La matematica come disciplina ha sempre coinvolto due aspetti, peraltro strettamente collegati tra loro:

- uno rivolto alla **modellizzazione** e alle applicazioni per leggere, interpretare la realtà e risolvere problemi della vita concreta;
- l'altro rivolto allo **sviluppo interno**, alla riflessione e alle speculazioni sugli stessi prodotti culturali dell'attività matematica.

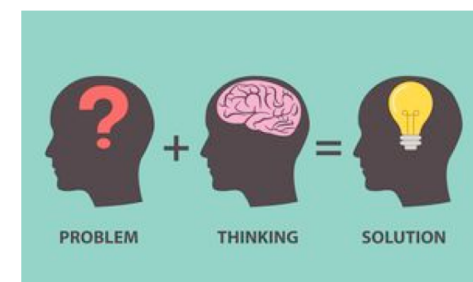


# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI

DAL QUADRO DI RIFERIMENTO INVALSI

Una delle dimensioni: **Risolvere problemi**

Un'altra dimensione: **Argomentare**



© Can Stock Photo



Il rapporto fra la risoluzione di problemi e l'argomentazione dipende dal fatto che la costruzione di un'argomentazione è in molti casi una attività di autentico *problem solving* e, d'altra parte, il *problem solving* richiede in genere attività di validazione intermedie e finali di tipo argomentativo.

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI



# 2. RIFERIMENTI TEORICI

La scienza e la matematica forniscono potenti intuizioni del mondo: ci permettono di costruire conoscenza e, insieme, di apprezzare le meraviglie del mondo naturale. In entrambe, una modalità dominante di costruzione della conoscenza è attraverso la **ricerca**.

Fibonacci Project

<http://www.fibonacci-project.eu/>

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI



# 2. RIFERIMENTI TEORICI

La matematica è una scienza deduttiva i cui risultati sono stabiliti attraverso la deduzione logica, ma ciò non le impedisce di avere una dimensione sperimentale che è sempre più sviluppata grazie ai progressi tecnologici. Tali caratteristiche spiegano perché la matematica non può essere disconnessa dalla scienza e dalla tecnologia, né nell'istruzione né nel mondo scientifico.

Fibonacci Project

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI



# 2. RIFERIMENTI TEORICI

La scienza si occupa del mondo naturale, dei suoi oggetti e dei suoi fenomeni. Gli scienziati costruiscono e testano modelli di come funziona il mondo.

La conoscenza che la scienza costruisce emerge dalle prove raccolte attraverso esperimenti o osservazioni.

Nella descrizione quantitativa del mondo, la scienza ha bisogno della matematica o di altri simboli astratti.

All'interno della scienza, diversi campi disciplinari si distinguono dagli strumenti che usano. Ciò che condividono è il desiderio di costruire conoscenze sempre più valide e affidabili in modi sistematici e, se possibile, riproducibili.

# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI



# 2. RIFERIMENTI TEORICI

La matematica e la fisica sono due regni di conoscenza chiaramente distinti.

In **matematica** si considerano i **problemi**, che hanno una soluzione comprovata da una **dimostrazione** logica.

Nella **scienza** si considerano i **fatti** e le **domande**, e i **modelli** emergono dal processo di osservazione, sperimentazione, interpretazione e così via.

Fibonacci Project



# 1. RIFERIMENTI ISTITUZIONALI



# 2. RIFERIMENTI TEORICI

Tuttavia, le due discipline hanno anche molto in comune. Questa comunanza può ispirare alcuni aspetti fondamentali di una pedagogia comune.

Nel significato più generalmente accettato del termine, l'**indagine** è un atto di costruzione e verifica della conoscenza.

Questo processo richiede il **ruolo attivo** dello studente, l'apprendimento della scienza che inizia con domande piuttosto che risposte, e attinge a ciò che è già noto, ma va oltre.

Fibonacci Project



## 2. RIFERIMENTI TEORICI

**SCHOENFELD, A. (2012). PROBLEMATIZING THE DIDACTIC TRIANGLE**

Imparare a pensare matematicamente significa:

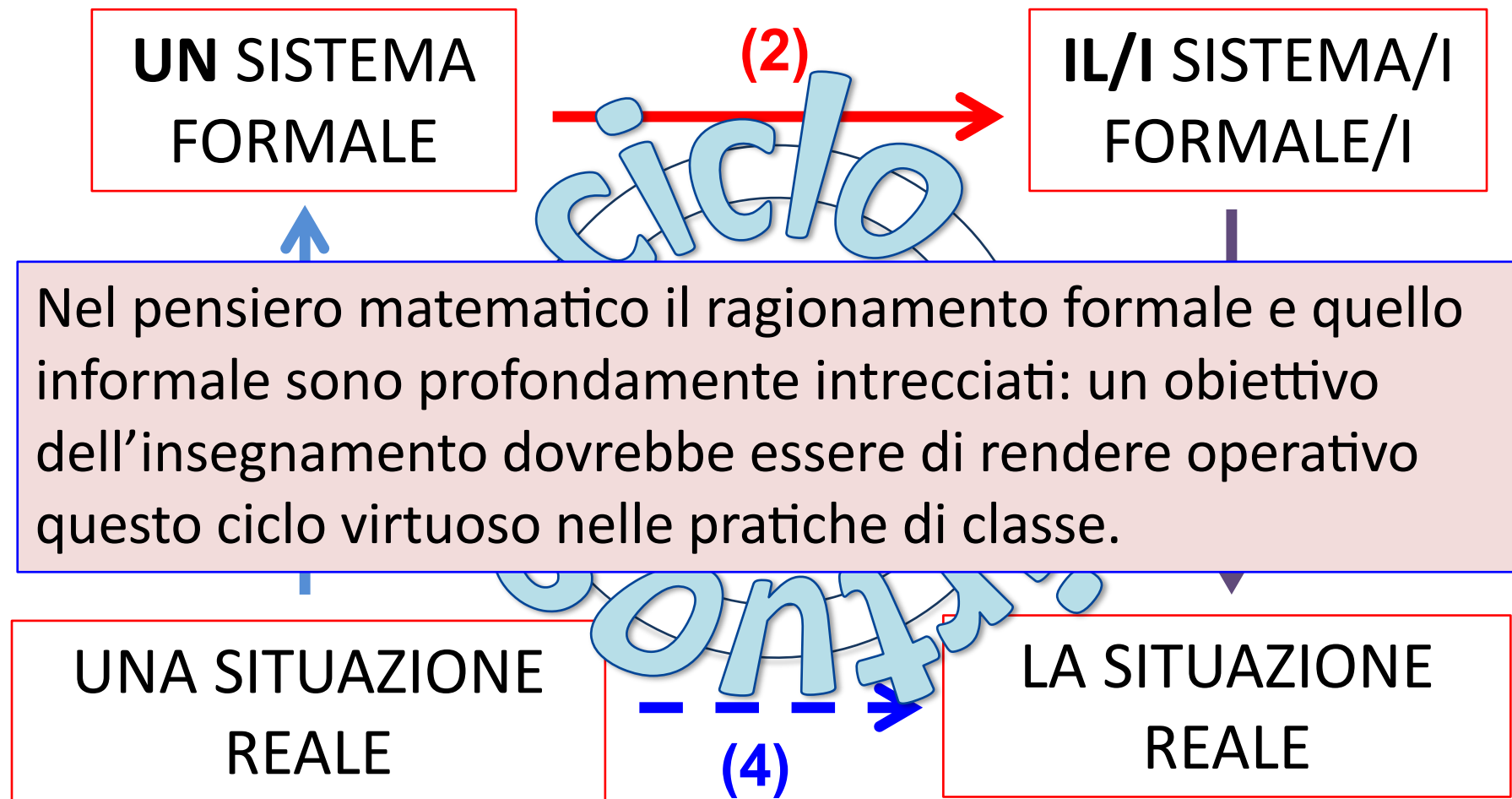
- sviluppare un **punto di vista matematico**: valorizzare i processi di matematizzazione e di astrazione e avere la predilezione per applicarli;
- sviluppare le **competenze** proprie degli strumenti del mestiere, e utilizzare questi strumenti con l'obiettivo di sviluppare questa comprensione "strutturale" dei fenomeni, cioè sviluppare **il senso per la matematica** (mathematical sense-making).

## 2. RIFERIMENTI TEORICI

### IL SENSO DEGLI STUDENTI PER LA MATEMATICA

Può risultare una grossa differenza tra quanto noi insegnanti intendiamo per “pensare matematicamente” e il senso di quanto trasmettiamo agli allievi: **il loro senso per la matematica** è il risultato di come interpretano le loro esperienze e pratiche in questo dominio fuori e dentro la scuola e questo può generare vere e proprie commedie degli errori in classe.

## 2. RIFERIMENTI TEORICI



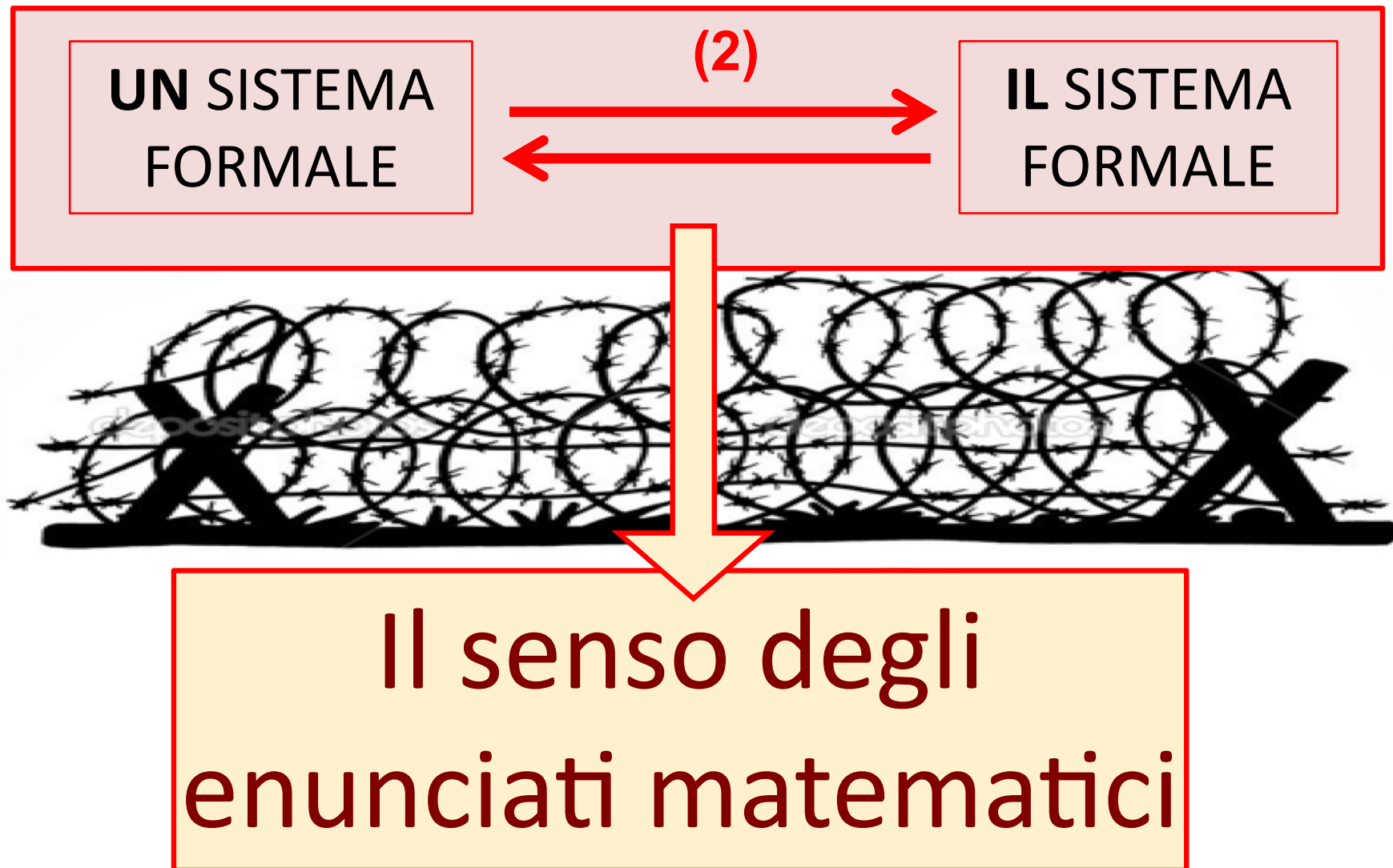
- (1) Aspetti della sit.ne reale che sono rappresentati nel sist. f.le
- (2) Trattamenti fatti in un sist. f.le/ Conversioni da un sist. a un altro
- (3) Interpretazione dei risultati del/dei sist. f.li nella sit.ne reale
- (4) Interpretazione/teorizzazione del fenomeno

## 2. RIFERIMENTI TEORICI

LA “**SOSPENSIONE DI SENSO**” PER GLI ENUNCIATI  
MATEMATICI

Quando questo ciclo viene interrotto si origina un problema  
didattico e cognitivo

## 2. RIFERIMENTI TEORICI



La sospensione del senso per la matematica può generare errori

## 2. RIFERIMENTI TEORICI

### IL SENSO DEGLI INSEGNANTI PER LA MATEMATICA

**BOALER, J., & STAPLES, M.** (2008). CREATING MATHEMATICAL FUTURES THROUGH AN EQUITABLE TEACHING APPROACH: THE CASE OF RAILSIDE SCHOOL.

**TARR, J. E., REYS, R. E., REYS, B. J., CHAVEZ, O., SHIH, J., & OSTERLIND, S. J.** (2008). THE IMPACT OF MIDDLE-GRADES MATHEMATICS CURRICULA AND THE CLASSROOM LEARNING ENVIRONMENT ON STUDENT ACHIEVEMENT.

L'apprendimento migliore avviene proprio in quelle classi in cui le pratiche sono basate su domande di livello cognitivo alto e non solo su un tipo di istruzione procedurale.

## 2. RIFERIMENTI TEORICI

**MARTON: Il discernimento e la variazione**

**Discernere informazioni non coincide con ricevere informazioni:** per cogliere a pieno le caratteristiche delle cose è necessario fare esperienza di come queste cose possono variare, ovvero **sperimentare la variazione.**

Esempio: si coglie il concetto di colore sperimentando che esistono diversi colori ...

**Sperimentare la variazione consiste nella consapevolezza simultanea di aspetti del concetto che cogliamo in momenti diversi:** è una sorta di integrazione temporale, la consapevolezza simultanea di ciò che stiamo sperimentando e di ciò che abbiamo già sperimentato.

# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

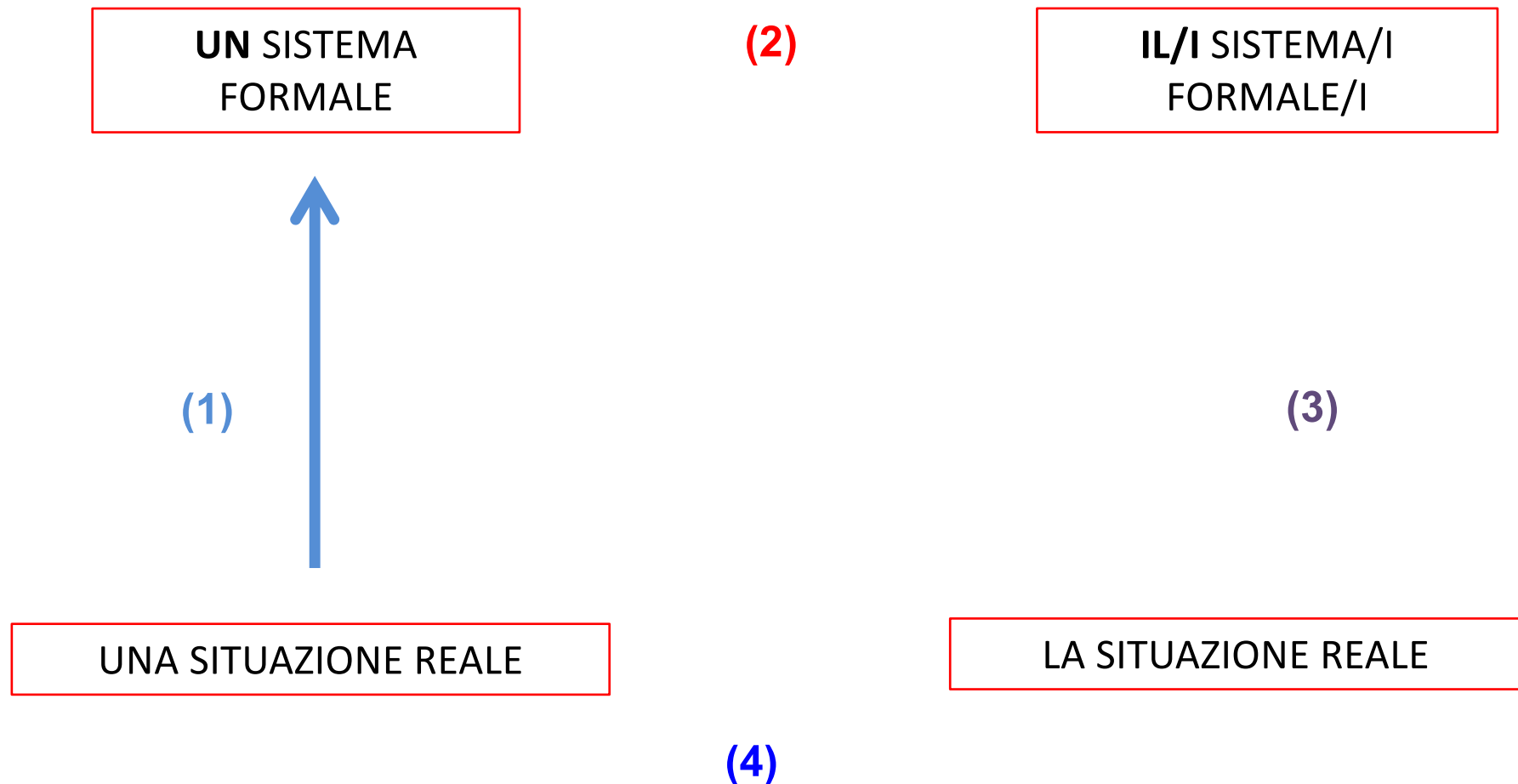
## PARTIAMO CON UN ESEMPIO

Ci sono due dadi uno sopra l'altro:  
Qual è la somma dei numeri sulle  
facce che non si possono vedere,  
anche girandoli?

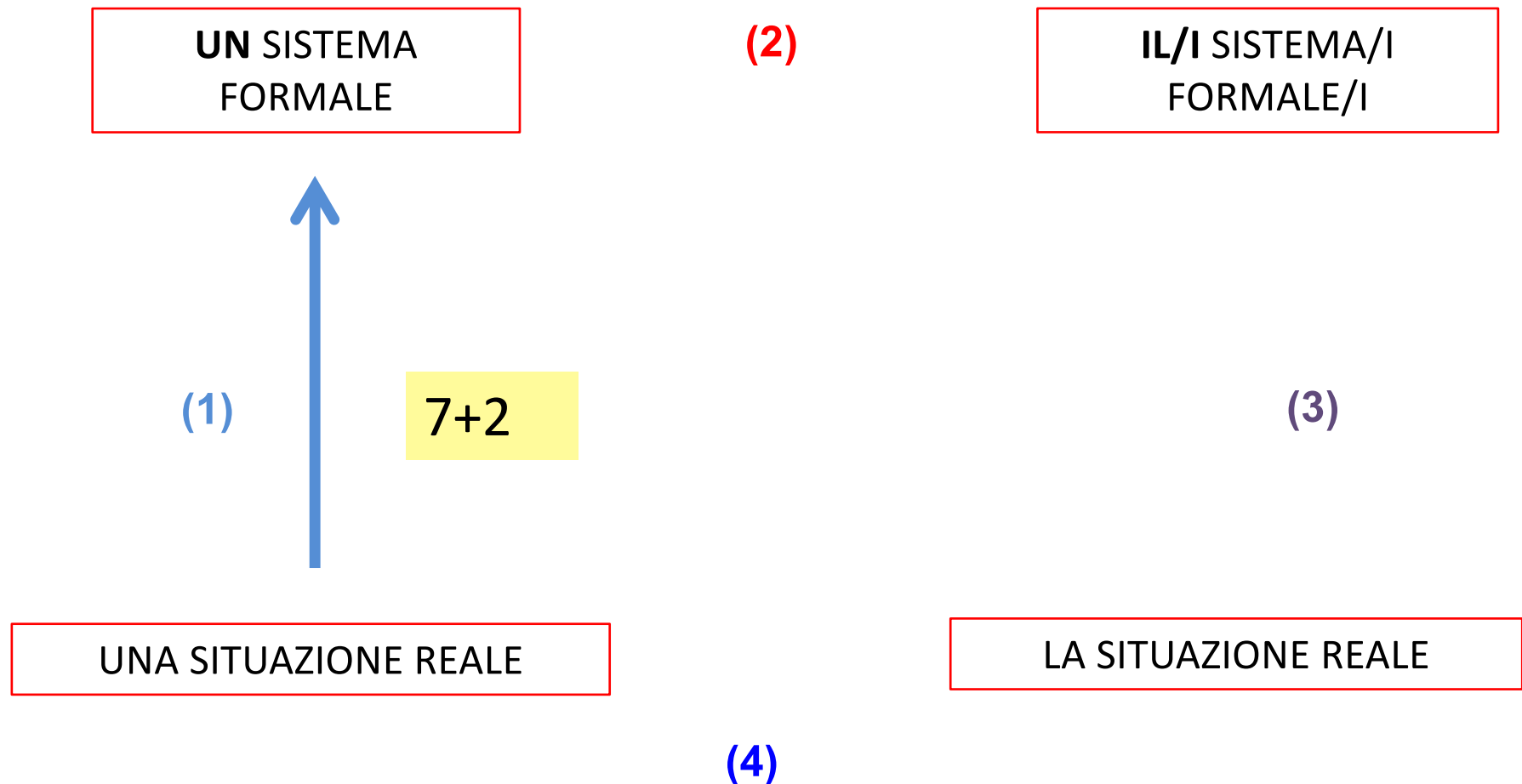




# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA



# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

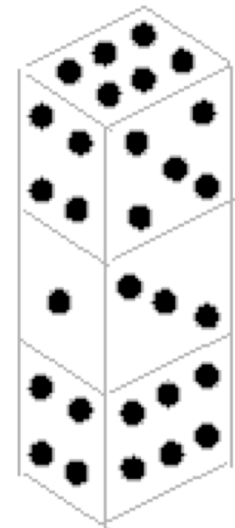


# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

## GENERALIZZIAMO L'ESEMPIO

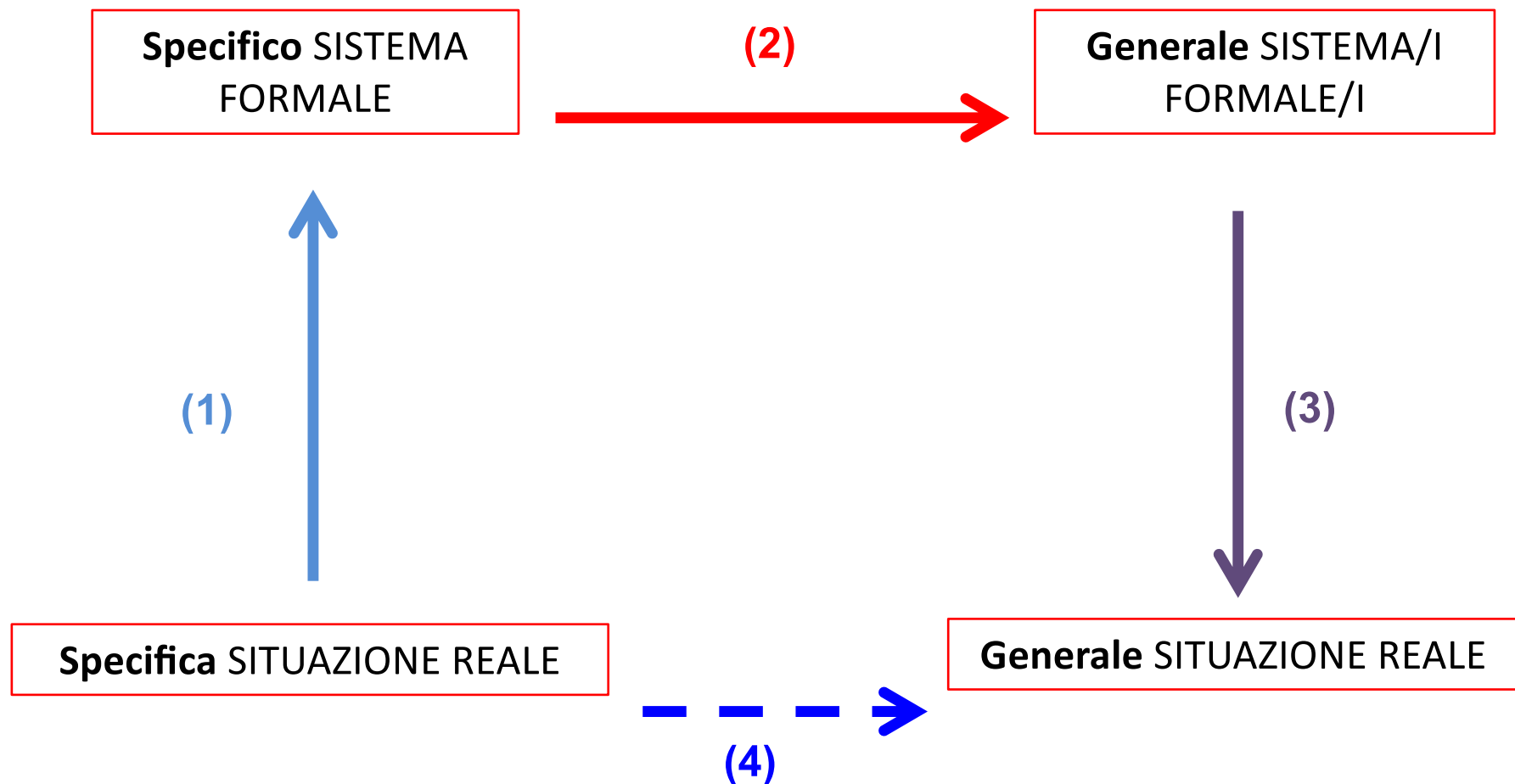
C'è un dado: quale numero sta sulla faccia che poggia per terra?  
Perché?

Ci sono due dadi uno sopra l'altro:  
Qual è la somma dei numeri sulle  
facce che non si possono vedere,  
anche girandoli? Perché?

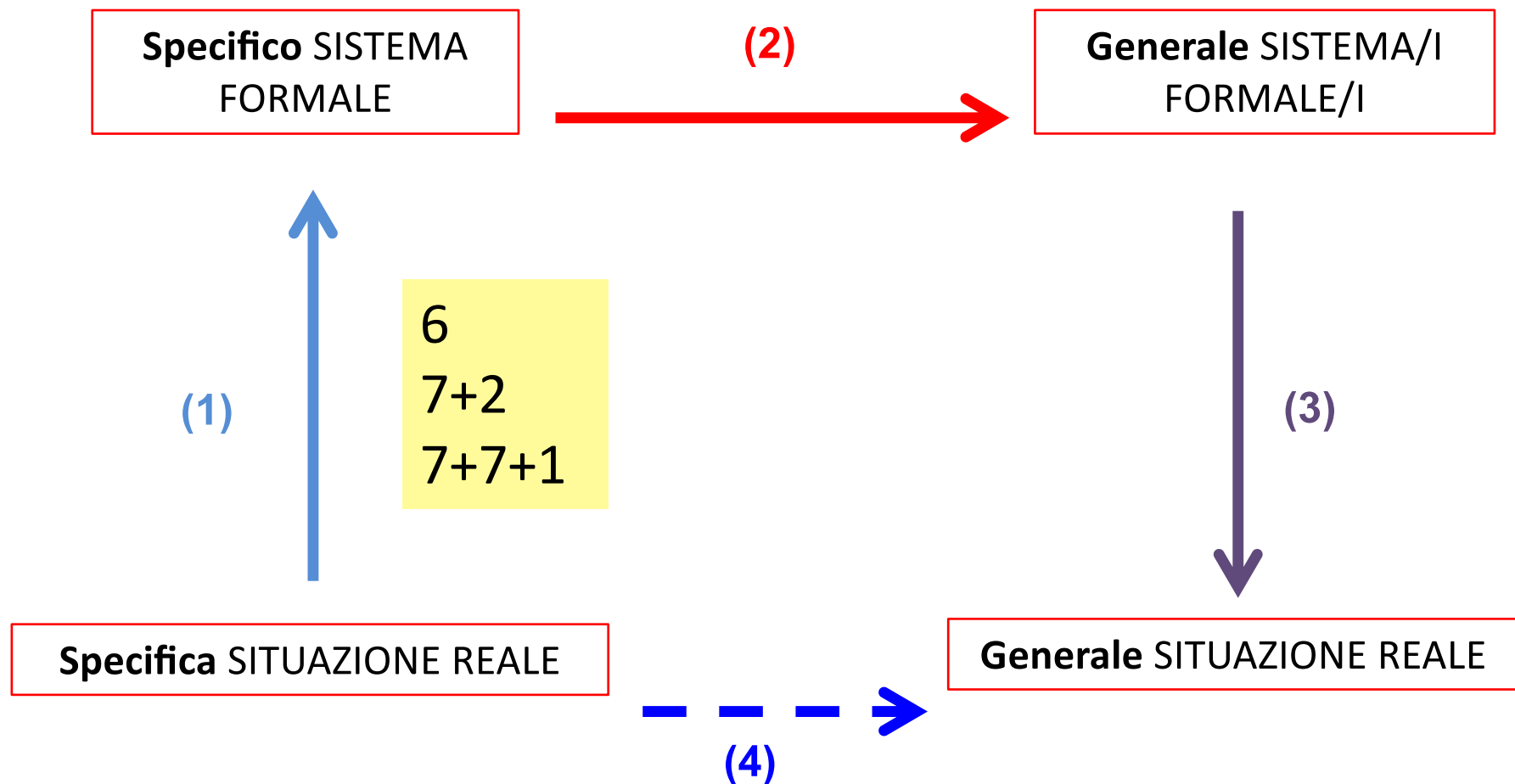


Ci sono tre dadi: indovinare la somma delle facce che  
non si possono vedere.

### 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA



### 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA



# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

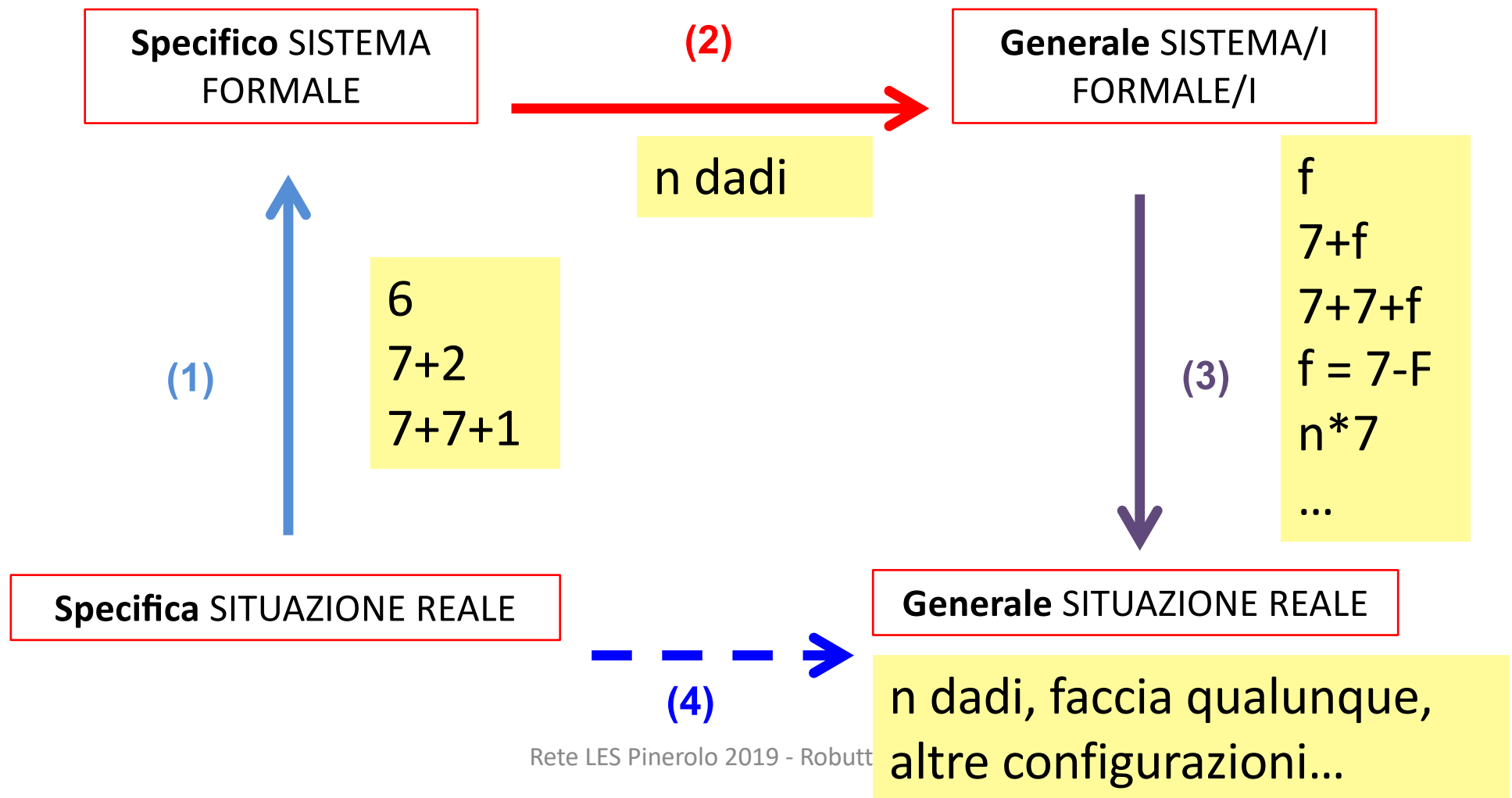
## CHE COSA SUCCEDE SE...?

Se ora si hanno  $n$  dadi, indovinare la somma delle facce che non si possono vedere, anche girandoli.

Spiegare il perché del risultato ottenuto.

Provare a inventare un problema che generalizzi questa situazione problematica.

### 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA



# 3. IL METODO DELLA RICERCA VARIATA

## L'INSEGNANTE E IL METODO

1. Scegliere problemi che offrono l'opportunità di fare generalizzazioni
2. Porre domande del tipo (in modo da favorire l'argomentazione):
  - Che cosa? Qual è? ...
  - Come? In quale modo si ottiene? ...
3. Porre domande più complesse (in modo da favorire la generalizzazione):
  - Che cosa succede se ...?
  - Che cosa succede se non ...?
  - Per ottenere 16 con 4 dadi quale configurazione devo avere?





GRAZIE!